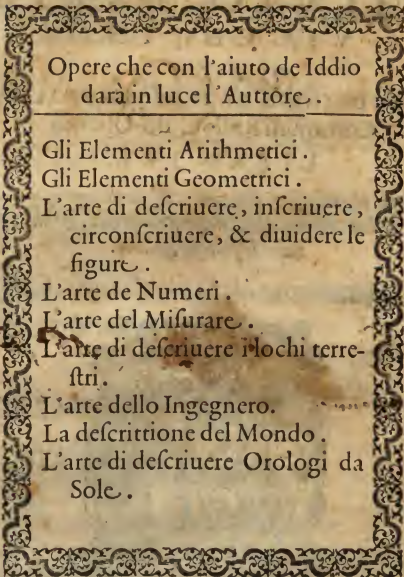
SILVIO BELLI VICENTINO

DELLA PROPORTIONE, ET PROPORTIONALITA' Communi Passioni del Quanto.

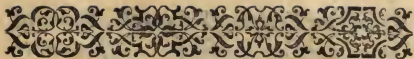
LIBRI TRE.

Utili, & necessarij alla vera, & facile intelligentia dell'Arithmetica, della Geometria, & di tutte le scientie & arti.

Al Magnanimo Alessandro Farnese Card.

CON PRIVILEGIO.

IN VENETIA, *Appresso Francesco de' Franceschi Sanese.* 1573.

Opere che con l'aiuto de Iddio darà in luce l'Auttore.

Gli Elementi Arithmetici.
Gli Elementi Geometrici.
L'arte di descriuere, inscriuere, circonscriuere, & diuidere le figure.
L'arte de Numeri.
L'arte del Misurare.
L'arte di descriuere i lochi terrestri.
L'arte dello Ingegnero.
La descrittione del Mondo.
L'arte di descriuere Orologi da Sole.

AL MAGNANIMO ALESSANDRO FARNESE CARDINALE.

Ssendo Illvstrissimo *et* Reverendissimo Signore, *che alcune regole di numeri, di linee, di ſuperficie, d'angoli, & di figure: approno la vera via alla facile, & certa intelligentia di tutte le ſcientie, & arti; gli antichi le chiamorono di quelle Elementi. Doppo impropriamente ſi ſono adimandate Elementi Geometrici, con il qual nome, molte di eſſe, ſono peruenute à noi, ſcritte in quinde-*

ci libri da Euclide Megareſe, huomo di grandiſsimo nome. Ma così difficilmente trattate, che vi vogliono molt'anni à ſtudiarle, & doppo pochi ſono quelli che le intendano; onde ne auuiene, che ſi è introdotto, che quaſi tutti paſſano all'altre ſcientie, & arti, ſenza le dette regole: perloche in quelle ſi acciecano, & vanno errando priui della luce della verità. Però drittamente diſſe Platone in perſona di Socrate, ne i libri della Republica, l'occhio della mente, che da gli altri ſtudij vien ciecato, & cauato; ſolo dalle diſcipline Mathematiche viene ricreato, & eccitato; & altroue lo iſteſſo Platone diſſe. Le diſcipline Mathematiche allettano, eccitano, ergono, ſpingono, & conuertono, la ragione, la intelligentia, & la contemplatione, alla verità. Onde ſi vede la cagione per laquale egli ſcriſſe ſopra la porta della ſua Academia, queſte parole.

Niuno entri ſenza Mathematica.

Et

Et ſi vede ancora per qual cauſa Tolomeo Filadelfo, Re di Egitto, il quale conoſcendo la difficultà de i ſcritti di Euclide, (che à ſuoi tempi, & appreſſo lui viueua) lo adimandò ſe vi era via piu facile, di trattare gli Elementi di quella, che egli haueua tenuta. Gli riſpoſe, non vi eſſere alcuna via Regia. Dal che ogn'uno che ſia affettionato alla verità, et deſideroſo di far coſe, che aggradiſchino à gli animi Regij, chiaramente comprende, che quando veniſſe fatto ad alcuno, il trouare vna tal via, che non ſolo giouarebbe à ſtudioſi, nell'aprirli la ſtrada, al corſo di tutte le ſcientie, & arti; ma che inſieme ſarebbe opera degna di eſſere commendata, & fauorita da ogni animo Regio. Però eſſendo io per il diuino fauore, già molto tempo moſſo da tal deſiderio, con lo iſteſſo aiuto, mi pare doppo l'hauerui ſpeſo quindeci anni di tempo, hauere veramente trouata la via Regia, di trattare con ordine na-

turale

turale, tutte le Mathematiche, & ho in-
cominciato dalle Proportioni, & Propor-
tionalità Communi Paßioni del Quanto
ſubietto vniuerſale, di tutte eſſe Mathe-
matiche, & parendomi non ſolo hauerle
trattate con il detto ordine naturale; ma
anco hauerle ampliate, & riſecate, doue
faceua biſogno, & con tal facilità ſpiega-
te, che ſi ſono fatte piane, & facili, di
difficilißime che erano: mi rendo ſicuro,
che potrà ciaſcuno preſto farſi patrone di
quelle, & riſoluere ogni gran dubbio, et
dimoſtrare ogni difficile propoſta, ſeruen-
doſi della verità delle Diffinitioni trouate
da me, & dell'ordine ſemplice, & na-
turale, c'ho ſeruato: onde ad ogn'uno ben-
ch'à graui negotij intento, queſti libri poſſo-
no eſſere di vtile, & di diletto grande.
Hor hauendo in ciò (per quel ch'io credo)
adempiuto il deſiderio mio, non ſolo nel gio
uare à ſtudioſi, ma nello aggradire ad ogni
degno Principe, ne eſſendo io Apelle, ò
Fidia

Fidia per immortalare la effigie Regia di Vostra Jllustrißima, & Reuerendißima Signoria, le offero, & dedico questa mia opera, perpetuo testimonio della affettione, che porto alle heroiche virtù sue, essendo sicuro, che serà accettata dallo inuitto animo di quella, con quello affetto che à Regia persona si ricerca, alla quale prego ogni felicità, & humilmente bascio la mano.

Di Venetia à dì 14 Ottobre 1573.

Di V. S. Illustriß. et Reuerendiß.

Humiliß. seruitore

Siluio Belli.

A Lettori.

AVENDO io benigno lettore longamente prima osseruato, che pochissimi di quelli che si metteuano ad imparare gli elementi Geometrici perseuerauano; anzi che quasi tutti abbandonauano la impresa da principio, per la difficultà, & poca dilettatione, che nell'imparare detti elementi prouauano; mi posi à considerare, quello, che per l'adietro non haueua hauuto ardire di fare per la riuerentia che ragioneuolmente io portauo ad Euclide Megarense Auttore d'essi elementi, per la grandissima auttorità de' suoi scritti acquistata per la antichità, & per la copia d'huomeni di nome, parte de quali, hanno commentati essi elementi, & parte gli hanno

ne' ſuoi libri citati, & per trouarſi ſoli a'noſtri tempi che trattino tal materia: mi poſi dico a conſiderare ſe la detta difficultà, & poca dilettatione era naturale d'eſsi elementi, o ſe naſceua da qualche diffetto dell'Auttore. Et per un tempo la ragione da un canto mi dettaua che'l diffetto naſceſſe per eſſere la materia d'eſsi elementi inordinata; & dall'altro canto la detta auttorità mi faceua credere, che quella materia non ſi poteſſe con altro miglior modo trattare. Finalmente mi deliberai far proua con ogni mio ſtudio ſe poteuo ſcriuere le medeſime coſe ordinatamente; accio che ſe mi ueniua fatto, i ſtudioſi ſe ne poteſſero far patroni facilmente, & con dilettatione: eſſendo che l'ordine nelle ſcientie, & arti è cauſa, che facilmente s'impari, & l'imparare facilmente è l'iſteſſo diletto. Hor s'io non me inganno, con l'aiuto

diuino ho conſeguito lo intento mio; & non ſolamente mi ſon confirmato nella opinione, ch'io haueuo intorno all'ordine della materia trattata ne'i quindeci libri de gli elementi di Euclide: ma oltre ciò mi par hauer trouato in quelli, molt'altri diffeti importanti. Et accio, che la uerità ſia paleſe, & non ad altro fine, mando hora in luce le Communi Paſsioni del Quanto. Et perche queſta materia è ſtata trattata da Euclide nel ſuo quinto libro de gli elementi; uoglio in queſto loco dire il parer mio intorno ad eſſo quinto libro, à fine, che il lettore, per ſuo beneficio, ſappia la opinione ch'io ho di quello. Hor a me pare che il detto quinto libro patiſca ſei oppoſitioni.

La prima è, che quello non ſi doueua collocare tra gli elementi Geometrici, perche le coſe, che in eſſo ſi tratta-

no, ſono paſsioni communi al numero & alla grandezza, & con eſſe ſi dimoſtrano i communi pareri, che eſſo Euclide ha fatti principii dell'Arithmetica & della Geometria; onde ſi doueua porre eſſo libro, auanti il trattato dell'Arithmetica, & della Geometria.

La ſeconda è, che le coſe, le quali in eſſo libro ſi trattano, non ſi poteuano ragioneuolmente trattare come paſſioni ſpeciali della grandezza, come eſſo Euclide ha fatto; eſſendo quelle, come ho detto, paſsioni communi al numero, & alla grandezza; perche trattandoſsi come ſpeciali paſsioni della grandezza, ſiamo sforzati replicare le ſteſſe coſe nell'Arithmetica, come ſi uede ch'è ſtato sforzato Euclide a fare nel ſuo ſettimo libro de gli elementi; nel quale tratta de numeri, il che non hauerebbe fatto, ſe come paſsioni communi, le haueſſe trattate.

La terza è, che le dette cose sono trattate senza ordine. Le proposte settima, ottaua, nona, & decima, che in esso libro si leggono, doueuano essere le prime, perche trattano delle passioni della proportione, & l'altre trattano della proportionalità, & la proportione è semplice rispetto alla proportionalità, perche delle proportioni si fa essa proportionalità, & nelle scientie prima si dimostrano le passioni delle cose semplici, & poi quelle delle composte; essendo che il composito non si può intendere, se prima non si conoscono le cose, delle quali esso è composto. oltre di cio è disordine, che Euclide habbia fatte le dette quattro proposte speciali, potendo con due proposte piu communi dimostrare tutto quello, che in esse quattro proposte ha dimostrato, & molto più. Il che si puo uedere nel secondo di questi libri. An-

cora l'altre proposte d'esso libro sono senza niuno ordine, perche quelle che trattano delle passioni della proportionalità, sono interrotte non solamente dalle dette quatro, ma da altre che sono superflue: delle quali si dirà qui sotto. Ne basta quello, che alcuni dicono per scusa di Euclide circa l'ordine, cioè che i suoi elementi Geometrici sono ordinati: perche le proposte di quelli sempre si dimostrano, ò da proposta immediata, ò da proposta dimostrata inanzi; perche se questo è ordine, è ordine nel dimostrare, & non è ordine nella materia, che si tratta; Et a trattare una materia ordinatamente, bisogna ordinare le parti di quella, secondo che la Natura le hà disposte; & così esse parti ueniranno ad essere collocate, senza interrompimenti, a'loro lochi conuenienti: Et le dimostrationi di quelle necessariamente seranno ordinate sen-

za hauer biſogno di domande, nè de impertinenti propoſte fabricate, ſolo per dimoſtrare la ſeguente a loro, & non perche ſieno elementari: perche le propoſte elementari, non ſono quelle che dimoſtrano la ſeguente ad eſſe ſolamente, ma ſono le paſsioni del piu ſimplice membro della materia, che ſi tratta, le quali, ſe auuiene, che ſieno communi o a due, o a piu membri d'eſſa materia, in eſſa communità ſi deueno trattare, Et queſte hanno uſo marauiglioſo nel dimoſtrare l'altre ſcientie mathematiche, & nell'ordinare, & eſequire l'arti piu nobili, come è quella dell'ingegnero, & quella dell'Architetto.

La quarta è, che in eſſo libro ui ſono molte coſe ſuperflue; ſono in eſſo ſuperflue tutte le propoſte, che dimoſtrano de i moltiplici ſolamente, le quali ſono in tutto ſette, cioè le ſei prime,

& la quintadecima; sono superflue: perche quello che esse dimostrano senza esse, si può dimostrare de i quanti proportionali, ne i quali si comprendono anco i moltiplici. oltre le dette sono superflue la undecima, & la terzadecima, perche dalle sue communi sententie sono dimostrate, & ancora dalla settima proposta; la quarta decima è superflua: perche è dimostrata nella decima sesta; la uigesima, & la uigesima prima: perche sono dimostrate nella uigesima seconda, & nella uigesima terza; egli è anco superfluo nel numero delle proposte delle passioni della proportione; hauendo fatto quelle quatro: poi che due bastano, anzi dimostrano piu di esse quattro. Oltre di ciò la decima, & la undecima diffinitioni sono superflue come impertinenti, se però s'hanno da intendere come io credo, che dal primo al terzo di tre quanti con-

ti continui proportionali ui ſia due uolte la proportione, ch'è dal primo al ſecondo, & tre uolte ſe ſono quattro: perche ciaſcuno che ſappia, che coſa ſia proportionalità continua ſa cio eſſere coſi. Ma quando le dette diffinitioni ſe intendeſſero come da i traduttori ſo-no ſcritte; cioè che il primo all'ultimo di detti tre termini, habbia la propor-tione doppia, ch'ha il primo al ſecondo; & tre uolte tanto quando ſono quattro; è il falſo: perche ſe i detti termini ſeran-no come per eſſempio nella proportio-nalità del tre tanti, il primo ſerà tre uol-te il ſecondo, & comparato al terzo ſe-rà noue uolte eſſo terzo, ch'è la pro-portione del primo al ſecondo tripli-cata, & non doppia, & comparato al quarto ſerà uintiſette uolte quanto quello, ch'è la detta proportione & dal primo al ſecondo noue uolte, & non tre uolte tanto come eſſa diffinitione dice.

La quinta oppositione è, chel sia diminuto nel dichiarare le spetie della proportione, & quelle della proportionalità, & nel trattare le passioni della proportione, non hauendo dimostrato, che le proportioni s'hanno l'una all'altra come i quanti nel modo dimostrato nel secondo de miei libri.

La sesta, & ultima oppositione è che egli fa la sua quinta diffinitione proposta immediata, & la fà principal fondamento nelle sue dimostrationi; nondimeno essa è proposta oscura, che ricerca ardua dimostratione; come si può uedere nel fine del terzo de' miei libri doue l'ho dimostrata. Onde ne segue, che le proposte di detto quinto libro non siano dimostrate; Essendo che il mezo della loro dimostratione è ignoto; la qual cosa secondo il mio parere è di molta importantia. Oltre di cio se essa quinta diffinitione non sta bene, ne

anco la ſettima ſta bene, la quale diffiniſce con la ſteſſa uia la maggiore inugualità, & ſe queſte non ſtanno bene uanamente ha poſto la prima, & ſeconda diffinitioni della parte, & del moltiplice, poſte à fine di poter diffinir queſte.

Quello ch'io ſento de gli altri libri de gli elementi di Euclide, ſi leggera nel principio de i miei elementi Geometrici. Accetta dunque benigno lettore con lieto animo queſti miei tre libri, & ſe non troui in eſsi tutto quel diletto che deſideri, incolpa la matteria, che in eſsi ſi tratta, la quale perche uerſa intorno il Quanto in uniuerſale auuiene, che non è come l'altre mie opere diletteuole. Ma ſappi che ſe tu apprendi bene le coſe che in queſti tre libri ſi contengono, tutte le altre mie opere ti ſeranno facili, & di ſommo diletto; perche le proportioni, & le proportionalità ſono l'inſtrumento di trouare la ue-

rità nelle mathematiche dimoſtratio-
ni,& appreſſo, cio, hanno in tutte le
ſcientie, & arti uſo grandiſsi-
mo, & l'habito che farai
nel ſtudiarle, ti age-
uolerà nel pro-
ceſſo. Sta
ſano.

SILVIO BELLI VICENTINO

Della Diffinitione, Diuisione, & Comparatione del Quanto.

LIBRO PRIMO.

DELL'ORDINE Cap. I.

I tutte le cose quella è piu semplice, che in piu si troua, o uirtualmente, o attualmente; perche le semplici causano, & fanno quelle, che non sono semplici, & percio parte della uirtù, &

qualità loro passa nell'altre. Onde ne auuiene, che sieno di quelle principij, & che la cognitione loro ci conduca alla cognitione delle fatte da esse. Oltre di ciò delle fatte alcune sono ultime, & altre tra queste, et i principij tengono il loco loro, le quali rispetto à quelle che le seguono hanno ragione di principij, & rispetto à quelle, che le antecedono sono da altre fatte. Di più in ogni grado delle cose fatte una tiene il loco di mezo, & percio sempre è ad un modo. Onde ne auuiene, che ella sia regola di se stessa, & dell'altre; perche con la sua stabilità serue come una certa misura per conoscere la uariabilità di quelle; & per questa causa la cognitione di lei precede alla cognitione dell'altre. Oltre di ciò di queste di mezo la manco composita, come elemento, passa nella più composita, per la qual cosa anco in quel loco ci apre la uia alla intelligentia, et da questo auuiene che ella sia piu del-

l'altre elementare. Et accio che da ogn'uno ſia inteſo, darò l'eſſempio. Nelle proportioni la uguale tiene il loco di mezo tra quelle del minore, & quelle del maggiore, tra le linee la retta, tra le ſuperficie la piana, tra le linee ſituate le parallele, tra gli angoli il retto, tra le figure angolari rettilinee il quadrato, & tra le ſolide il cubo. Nel cubo ui è il quadrato, l'angolo retto, le parallele, il piano, la retta, & la proportione uguale; nel quadrato le anteriori ad eſſo, nell'angolo retto il medeſimo; & nelle parallele, nel piano & nella retta. Onde ſi uede che l'una è elemento dell'altra, come meglio ſi intenderà ne' miei libri de gli elementi Geometrici. Et di più tra le coſe fatte alcune ſono ordinate, et alcune nò. Le ordinate debbono precedere: perche con la ſimplicita, & bellezza dell'ordine ſuo, ci fano conoſcere la inordinatione dell'altre. Però biſogna prima trattare de i principij & poi delle

cose che da quelli deriuano : preponendo sempre la meno composita alla piu composita, & quella che tiene il loco di mezo all'altre, & la ordinata alla inordinata. Ma perche nel principio del filosofare si rappresentano in confuso all'intelleto tutte le specie delle cose fatte, le quali passate per i sensi alla memoria si sono in quella fermate. Se faremo il sortimento di quelle ueniremo in cognitione del subietto tottale della scientia che uorremo trattare, & diuidendo quello ci rappresenterà, le spetie sue, & i suoi principij; & le passioni communi di esse specie, le quali prima di tutte l'altre deueno essere trattate; perche ritrouandosi in più sono dell'altre piu semplici, & perche ci leuano la fattica di replicare lo stesso piu uolte. Dalle cose dette segue che la scientia che tratta le cose piu communi preceda all'altre, & che in tutte siano da essere preposte le pasioni piu communi alle manco communi. Però hauen-

hauendomi io proposto di trattare della proportione & della proportionalità rationale le quali sono passioni communi del Quanto ragione è, che siano preposte ad ogni altra scientia, & arte mathematica, tutte le quali uersano intorno esso Quanto, la proportione precede alla proportionalità, perche è meno composita. La onde hò diuiso l'opera in tre libri; nel primo de' quali ho diffinito, diuiso, & comparato à bastanza il Quanto, total subietto di quelle, per quello che alla proportione, & proportionalità si ricerca. Nel secondo ho diffinita, diuisa, & considerata la proportione in se, & comparata. Nel terzo, & ultimo ho diffinita, & diuisa la proportionalità nelle sue spetie, & considerata fino à quel termine che si conuiene.

DELLA DIFFINITIONE ET DIVISIONE DEL QVANTO. Cap. II.

1 *Il Quanto.*

QVanto, ſi chiama quello ch'ha parti.

Le prime ſpecie del quanto ſono il numero, & la grandezza.

2 *Il Numero.*

Numero, ſi chiama il quanto ch'ha le ſue parti per loro ſteſſe ſeparate.

3 *La grandezza.*

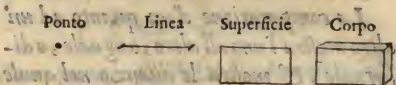
Grandezza, ſi chiama il quanto, ch'ha le ſue parti congionte ad un termine commune.

Le prime ſue ſpecie ſono la linea, la ſuperficie, & il corpo.

4 *I Termini.*

La linea è terminata dal ponto, la Super-

ficie dalla linea, & il corpo dalla superficie.

Ponto Linea Superficie Corpo

Del Quanto Comparato. Cap. III.

IL quanto si considera, o in se stesso, o comparato. Ma diuersamente si considera in se il Numero, della Grandezza, & di questa altramente la Linea, altramente la Superficie, & altramente il corpo. Ma in comparatione tutte le dette specie si considerano ad un modo nella commensurabilità, comparandosi pero il Numero al numero, la Linea alla linea, la Superficie alla superficie, & il Corpo al corpo: Per la qual cosa bisogna prima trattare di quelle secondo la comparatione, & poi à suoi lochi conuenienti si trattera il restante.

Il Quanto comparato.

La comparatione d'un quanto ad un' altro moſtra l'uno all'altro, o uguale, o diſuguale, & moſtra lo auanzo nel quale l'uno ſupera l'altro, & la quantità dell' uno in comparatione dell'altro.

1 L'uguale.

Vn quanto ſi dice uguale ad un'altro 6
quando non ſi auanzano l'uno l'altro. 6

2 Il Diſuguale.

I quanti, ſi dicono diſuguali quando 6
l'uno auanza l'altro. 4

3 Il Maggiore.

Quello che auanza l'altro ſi dice 6
maggiore. 3

4 Il Minore.

Quello ch'è auanzato ſi dice minore. 3
6

I quanti disuguali sono, o commensurabili, o incommensurabili.

5 Il commensurabile.

Due quanti si dicono commensurabili quando uno medesimo quanto misura l'uno, & l'altro di quelli. 2 6 4

6 La misura.

Vn quanto si dice misurare un'altro quanto: quando è contenuto aponto da quello. 2 lo 8

7 L'incommensurabile.

Due quanti si dicono incommensurabili, quando niuno quanto i può misurare ambedue.

1 *De i quanti incommensurabili dirò piu distintamente à suo loco: perche la incommensurabilità è passione della grandezza solamente, ancor che nelle proposte de i seguenti libri, anco de i quanti incommen-*

ſurabili ſi dimoſtra.

Se de i quanti commenſurabili il comparato è minore dell'altro, alqual ſi compara egli è o parte, o parti di quello.

8 La parte.

La parte è detta o uniuerſalmente di tutti i quanti, o particolarmente de i quanti commenſurabili in quanto ſono tali. Nel primo modo:

Parte ſi dice quello del tutto ch'è minore di eſſo. $\frac{3}{8}$

Nel ſecondo modo del quale hora ſi tratta.

Parte ſi dice un quanto d'un altro quando lo miſura. $\frac{2}{6}$

Le ſpecie della parte ſono il mezo, il terzo, il quarto, & l'altre che per ordine ſeguono. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

9 Le parti.

Parti ſi dice un quanto minore d'un mag

giore: quando il minore non puo misurare il maggiore, & qualche sua parte lo misura. 2 3

Le specie delle parti sono le due parti di tre, le tre parti di quattro, le due, o tre, o quattro parti di cinque, et l'altre che alle dette seguono.

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$

Se de i quanti commensurabili il comparato è maggiore dell'altro, alqual si compara egli è a quello, o una uolta, & parte, & una uolta, & parti, ò moltiplice, o moltiplice, & parte, ò moltiplice, & parti.

10 *L'una uolta & parte.*

Vn quanto si dice una uolta, & parte d'un'altro quando contiene quello una uolta, & una sua parte. 6 4

Le sue specie sono l'una uolta, & mezo, l'una uolta, & terzo, l'una uolta, et quarto, & l'altre.

$\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{4}$

11 *L'una uolta et parti.*

Vn quanto ſi dice una uolta, & parti d'un altro: quando contiene quello una uolta, & ſue parti. 2 / 2

Le ſue ſpecie ſono l'una uolta, & due parti di tre; l'una uolta. & tre parti di quattro, l'una uolta et due, o tre, o quattro parti di cinque, & quelle che ſeguono.

5	7	7	8	9
3	4	5	5	5

12 *Il moltiplice.*

Vn quanto ſi dice moltiplice ad un'altro, quando contiene quello piu uolte apunto 6 / 2

Le ſue ſpecie ſono il due tanti, il tre tanti, il quattro tanti, & l'altre che per ordine ſeguono.

2	3	4
1	1	1

13 *Il moltiplice, et parte.*

Vn quanto ſi dice moltiplice, & parte di un'altro: quando contiene quello piu uolte, & una

& una sua parte. 5 a 2

Le sue specie sono il due tanti, & il mezo, il due tanti et terzo, il tre tanti, & mezo, il tre tanti, & terzo, & quelle de gli altri ordini simili

5	7	7	10
2	3	2	3

14 *Il moltiplice, & parti.*

Un quanto si dice moltiplice, & parti d'un altro: quando contiene quello piu uolte, & sue parti. 8 / 3

Le sua specie sono il due tanti, & due parti di tre, il due tanti, & tre parti di quatro, il tre tanti, & due parti di tre, il tre tanti, & tre parti di quatro.

8	11	11	15
3	4	3	4

Fine del primo Libro.

SILVIO BELLI
VICENTINO

Della Diffinitione, Diuiſione, & Conſideratione della Proportione.

LIBRO SECONDO.

DELLA DIFFINITIONE & Diuiſione della Proportione. Cap. I.

ROPORTIONE Arithmetica ſi dice la quantita, nellaquale un quanto ſopravanza un'altro quanto della ſua ſpecie. 8 2 6

Di queſta non s'ha da trattare in queſti libri: perche è principio dell'ordine, & non è propriamente proportione, & allo Arithmetico ſolo s'appartiene il trattare di lei.

2 *Geometrica.*

Proportione Geometrica, ſi dice la quantità d'un quanto in comparatione d'un altro quanto della ſua ſpecie. 2 6

Le prime ſue ſpecie ſono, la rationale, & la irrationale.

3 *La rationale.*

Proportione rationale, ſi dice quella che naſce dalla comparatione de i quanti commenſurabili. 6 4

4 *La irrationale.*

Proportione irrationale, ſi dice quella che naſce dalla comparatione de i quanti incommenſurabili.

Di questa si tratterà piu distintamente al suo loco.

La proportione rationale, è delle specie che si sono dette di sopra ne i quanti commensurabili, come nella seguente tauola.

Tauola della Proportione.

Altri hanno fatto le specie della proportione del minore cinque, quante sono quelle del maggiore nominandole con i stessi nomi delle maggiori, aggiugnendoui pero questa uoce sotto, il che hanno fatto (per quel ch'io credo) pensando che la parte, & le parti siano differenti dalla proportione, ilche non è: perche quando dicemo mezo, dicemo la quantita de un quanto in comparatione d'un altro, ch'è essa proportione.

Essempio.

Del minore.	*Sotto moltiplice*
	Sotto una uolta, & parte
	Sotto una uolta, et parti
	Sotto moltiplice, et parte
	Sotto moltiplice, & parti.

Della Proportione in se. Cap. II.

L*A proportione (come il quanto) si*

considera in ſe, & in comparatione; & per che prima è la coſa, che la comparatione di lei; innanzi ſi tratterà della proportione in ſe, & poi della comparatione di quella; et prima in uniuerſale, poi in particolare, incominciando dalla uguale, come quella che tiene il loco di mezo.

1 *La proportione.*

Della proportione, è proprio l'eſſere cauſa della giuſta diſtributione, della formoſità, et della ſanità.

Della giuſta diſtributione, è cauſa per che dà à ciaſcuno quello che ſe le conuiene, et non ugualmente à tutti.

Della formoſità: perche la formoſità è la corriſpondentia di tutte le parti con ordine ſituate.

Della ſanità, perche la ſanità è la corriſpondentia delle proportioni, ch'ha il caldo al freddo, et l'humido al ſecco.

2 *La uguale.*

Proprio della proportione uguale, è l'esſere cauſa della quiete: perche la quiete naſce dall'eſſere il mouente, et il mobile nella uguale proportione, non potendo il mouente mouere lo uguale ad eſſo. Et percio quando l'huomo, ſiede, et le ſue coſcie fanno gli angoli retti con le gambe, et con il buſto, eſſo huomo ripoſſa; et nel giacere proſtrati tutti gli animali ripoſano. Si ripoſſano anco nel ſtar ritte le piante, et l'altre coſe ch'hanno tutte le ſue parti continue. Nell'uno, et nell'altro de i due primi modi, le parti principali del corpo, che ſono legate l'una ſopra l'altra, cioe gambe, coſcie, et buſto, fanno gl'angoli retti, con la retta che ua al centro, i quali angoli ſono tra loro uguali, et pero quelle ugualmente peſano di qua, et di la da eſſa retta, onde ripoſano. Le piante, et l'altre coſe, che hanno tutte le parti loro con-

tinue, ſtando ritte, fanno il medeſimo, il che non fa lo animale, perche le coſcie, et il buſto, peſano ſopra le gambe; le peſano perche non ſono con quelle continue, ma ſopra eſſe ligate, et perche ogni poco, che l'animale ſi moue, uno de gli angoli ſi fa maggiore, et l'altro minore, onde ne ſegue la inugualità del peſo, cauſa del moto loro.

Della proportione uguale, è proprio ſuo tenire il loco di mezo tra le proportioni del minore, & del maggiore. Il ſegno di queſto è, che non ſi puo paſſare dall'una all'altra di quelle, che non ſi peruenghi ad eſſa uguale; il che auuiene fatto, o aggiugnendo alla minore; o leuando dalla maggiore; la differentia, che quelle hanno alla uguale, & non aggiugnendo alla maggiore la minore; o alla minore la maggiore del loro nome, come alcuni huomeni di gran nome hanno creduto. Per eſſempio ſe dalla due tanti ſi uorrà uenire alla uguale; biſogna leuare da quella eſſa uguale, &

non

non aggiugnerui la meza, et se dalla tre tanti li uolemo peruenire bisogna leuare da quella, la due tanti: perche in la due tanti è maggiore della uguale, et non aggiugnendoui il terzo, et il medesimo sia detto del aggiugnere alla minore.

4	2	2	6	2	4
2	2	2	2	2	2

Suo proprio è essere sempre ad un modo, et questo: perche il mezo è un solo; dall'una, et dall'altra banda, del quale si puo infinitamente discostare; et la uguale è in esso mezo, come ho prouato.

3 La inuguale.

Della proportione inuguale, è proprio l'essere causa del moto, et dell'armonia.

Del moto, perche il mouente moue per la maggiore, et conueniente proportione ch'ha al mobile, et esso mobile è mosso per la minore proportione ch'ha al mouente.

Dell'armonia è causa perche la armo-

nia è corriſpondentia di proportioni di ſoni graui, et acuti.

4 La parte, et il moltiplice.

E proprio della parte, et del moltiplice diſcoſtarſi infinitamente dalla uguale, la parte deſcendendo, et il moltiplice aſcendendo, come per i ſeguenti eſſempij appare, ne i quali l'unità rappreſenta la proportione uguale: perche il Quanto comparato al ſuo uguale, è una uolta quello, & de gli altri, il numero di ſopra rappreſenta il comparato: l'altro quello al qual ſi compara, & la lettera A il principio del progreſſo. Eſſempio.

Del moltiplice. *Della parte.*

9	8	7	6	5	4	3	2	A	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9

5 La una uolta & parte.

E proprio della una uolta & parte deſcendendo accoſtarſi infinitamente alla uguale, ſenza mai peruenire à quella coſa degna

di merauiglia, & lo ſa interotamente; ma con ordine naturale de ſuoi termini.

Eſſempio della una uolta, & parte.

15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 A
14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2

6 Le parti l'una uolta & parti, & la moltiplice, & parti.

Le parti, l'una uolta, et parti, & la moltiplice et parti, hanno queſta proprietà, di poterſi aſcendendo diſcoſtare infinitamente dalla uguale interotamente. Eſſempio.

Delle parti.

2 5 4 3 2 2 A
7 6 5 5 5 3 1

L'una uolta & parti.

11 9 8 7 7 5 A
6 5 5 5 4 3 1

Moltiplice, & parti in una moltiplicatione.

17 14 13 12 11 8 A
6 5 5 5 4 3 1

Moltiplice, & parti uariando la moltiplicatione.

47 34 28 22 15 8 A
6 5 5 5 4 3 1

7 La moltiplice, & parte.

Vltimamente è proprio ſolamente della moltiplice, & parte poterſi accoſtare, & diſcoſtare dalla uguale infinitamente, per

che ogni ordine di quella restando ferma in quanto alla moltiplicità, per cagione della parte si accosta, ma accrescendo la moltiplicità, si discosta, et l'uno, & l'altro fa interotamente. Essempio.

Moltiplice, et parte in una moltiplicità.

1 15 13 11 9 7 5 A
7 6 5 4 3 2

Moltiplice, & parte uariando la moltiplicità.

50 37 26 17 10 5 A
7 6 5 4 3 2 1

Dalle cose dette, & da gli essempij, si uede quanto sia l'uso delle proportioni, in tutte le scientie & arti, & è manifesto, che la proportione uguale, è sempre ad un modo, & che quella della parte, & quella del moltiplice nel discostarsi dalla uguale, seruano l'ordine naturale, con ilquale numeriamo: per lo che, la uguale deue precedere à tutte: perche con la sua stabilità, ne fa conoscere la uariabilità dell'altre. Et dell'altre deue precedere la parte, & la moltiplice, essendo che il parangone dell'ordine suo, ci fa conoscere, che l'altre non sono ordinate.

Della proportione comparata. Cap. III.

LA proportione comparata ad un'altra, è o uguale, ò disuguale.

1 La uguale.

Una proportione è uguale ad un'altra: quando l'antecedente di lei in comparatione del suo conseguente è la medesima quantità, ch'è l'antecedente dell'altra incomparatione del suo. 6 4 / 3 2

2 La inuguale.

Due proportioni si dicono inuguali: quando l'antecedente dell'una, è maggiore quantità in comparatione del suo conseguente, che l'antecedente dell'altra in comparatione del suo. 6 4 / 2 2

3 La maggiore.

Maggiore, si dice quella l'antecedente, del-

laquale incomparatione del suo conseguente è maggiore quantità, che l'anteceden te dell'altra incomparatione del suo. 6 2 / 4 2

4 *La minore.*

Et minore si dice quella l'antecedente, della quale incomparatione del suo conseguente, è minore quantità dell'antecedente del l'altra incomparatione del suo. 6 4 / 8 4

Le proportioni inuguali, sono ò commensurabili, ò incommensurabili.

5 *Le commensurabili.*

Due proportioni si dicono commensurabili: quando il denominatore d'una medesima proportione, puo misurare ambidue i denominatori 6 3 8 4 6 1
loro. 2 2 6

6 *Il denominatore.*

Denominatore della proportione, si dice il Quanto, che essplica la quantità di quella.

7 La incommensurabile.

Due proportioni ſi dicono incommenſurabili, quando niuno denominatore d'altra proportione puo, miſurare ambidue i loro denominatori.

Di queſte ſi dirà particolarmente al ſuo loco.

Se delle proportioni commenſurabili, la comparata è minore dell'altra, alla qual ſi compara, ella è ò parte, ò parti di quella.

8 La parte.

Vna proportione, ſi dice parte d'un'altra: quando il denominatore ſuo, miſura il denominatore dell'altra.

4	2	8	4
	2		2

9 Le parti.

Parti, ſi dice una proportione d'un'altra: quando eſſendo di quella minore, il denominatore di lei, non puo miſurare il denomi

natore dell'altra, & qual- che sua parte lo misura. 4 2 / 2   6 3 / 2

Se delle proportioni commensurabili la comparata è maggiore dell'altra, è ò una uolta, & parte quella, ò una uolta, et parti, ò moltiplice, ò moltiplice & parte, ò finalmente moltiplice, & parti.

10 *L'una uolta, & parte.*

Vna proportione, si dice una uolta, & parte d'un'altra: quando il denominatore di lei è una uolta & parte il denominatore dell'altra. 6 3 / 2   4 2 / 2

11 *L'una uolta, et parti.*

Vna uolta, & parti, si dice una proportione d'un'altra: quando il denominatore di lei è una uoltà, & parti il denominatore dell'altra 10 5 / 2   6 3 / 2

12 *Moltiplice.*

Moltiplice si dice una proportione d'un'altra:

*tra: quando il ſuo denominatore è molti-
plice al denominatore* 8/2 4 4/2 2
di quella.

13 *Moltiplice, & parte.*

*Moltiplice & parte, ſi dice una proportio-
ne d'un'altra: quando il ſuo denominato-
re è moltiplice, et par* 10/2 5 4/2 2
te di quella.

14 *Moltiplice, & parti.*

*Moltiplice & parti, ſi dice una proportio-
ne d'un'altra: quando il denominatore di lei
e moltiplice, & parti del* 16/2 8 6/2 3
denominatore dell'altra.

Regola prima.

*Le proportioni de i quanti comparati ad
uno, s'hanno l'una all'altra, come il quanto
al quanto.*

Siano i due quanti A *&* B *compara-
ti al quanto* C, *dico che la proportione di*

A al C alla proportione di B al C si ha come il quanto A al quanto B, la qual cosa così si dimostra. Per la diffinitione; la proportione è la quantità di un quanto, in comparatione d'un'altro quanto della sua specie; onde se A, & B sono uguali; comparati al C è la medesima quantità l'uno, che l'altro, & percio la proportione di A al C è uguale alla proportione di B al C, come il quanto A al quanto B, ch'è lo intento.

6 A ____________

3 C ______

6 B ____________

Se il quanto A è maggiore del quanto B, la proportione di A al C, è nel istesso modo maggiore della proportione di B al C, perche A in comparatione di C, è quanto il B in comparatione di esso C, & di più di esso B per quel tanto, che esso A supera esso B, come per essempio se A e due uolte il B, egli e in comparatione di C, due uolte quanto il

B, & *percio come s'ha il quanto* A, *al quanto* B, *cosi s'ha la proportione di* A *al* C *alla proportione di* B *al* C, *ch'è lo intento.*

6 A________________

4 C____________

3 B__________

Finalmente se il quanto A, *è minore del quanto* B, *la proportione di* A *al* C *per le istesse raggioni è nel medesimo modo minore della proportione di* B *al* C *che pur è lo intento.*

2 A______

2 C______

4 B____________

Il medesimo si dimostrerà di tutte le proportioni de i quanti comparati ad uno. *Adunque le proportioni de i quanti comparati ad uno, s'hanno l'una all'altra, come il quanto, al quanto, ch'era da dimostrarsi.*

Corelario I.

Da qui è manifesto, che i quanti comparati ad uno, s'hanno l'uno all'altro come la proportione alla proportione.

Corelario II.

Da qui è manifesto, che i quanti uguali ad uno, sono uguali tra loro, perche se le proportioni di A & B al C sono ciascuna la uguale, sono uguali tra loro, et percio essi quanti sono uguali.

4 A ________
4 C ________
4 B ________

Corelario III.

Ancora è manifesto, che i quanti che sono il doppio d'uno medesimo quanto, sono uguali fra loro.

6 A ____________
3 C ______
6 B ____________

Et che i quanti, che sono la metà d'uno medesimo quanto, sono uguali tra loro.

3 A ______
6 C ____________
3 B ______

Da questi corelarij & da gli altri, che in questi libri si leggono, si uede, che le proposte dette communi pareri, non sono indemostrabili come alcuni hanno creduto. Ma

appresso me, tutte le proposte che affermano, ò negano alcuna cosa, sono demostrabili: perche l'affirmare, & il negare, nasce da qualche causa, & il rendere la causa è dimostratione. Ne è marauiglia che questa scientia delle Communi Paßioni del Quanto, dimostri i principij communi di tutte l'altre scientie mathematiche, essendo à quelle superiore, ma sarebbe da marauigliarsi quando non lo facesse.

Regola II.

Le proportioni d'un quanto comparato à diuersi quanti, s'hanno l'una all'altra, come l'uno de i quanti all'altro scambieuolmente.

Sia il quanto A *comparato a i quanti* B *et* C. *Dico che la proportione di* A *al* B *alla proportione di* A *al* C *s'ha come il* C *al* B, *la qual cosa in questo modo si dimostra. Se i quanti* B & C *sono uguali per la diffinitione della proportione, il* C *ha la medesima proportione all'uno, che all'altro, per-*

che egli è la medesima quantita incomparatione dell'uno che dell'altro, & percio la proportione di A *al* B *alla proportione di* A *al* C, *s'ha come il quanto* C *al quanto* B *ch'è lo intento.*

6	B ________
4	A ______
6	C ________

Se C *è maggiore di* B *la proportione di* A *al* B, *è nell'isteſſo modo maggiore della proportione di* A *al* C: *perche il quanto* A *in comparatione di* B, *è quanto in comparatione di* C, *& di piu per quel tanto che* C *è maggiore di* B, *come per eſſempio, ſe* C *è due uolte quanto* B *lo* A *è la metà manco comparato ad eſſo* C *di quello che è comparato al* B *cioe il doppio comparato al* B; *onde come s'ha il quanto* C *al quanto* B, *così ſi ha la proportione di* A *al* B *alla proportione di* A *al* C, *che è lo intento.*

2	B ____
1	A __
4	C ________

Se C *e minore di* B *per le iſteſſe rag-*

gioni la proportione di A *al* B, *e nello istesso modo minore della proportione di* A *al* C, *che pur e lo intento.*

6	B ____________
3	A ______
3	C ______

Il medesimo si dimostrerà di tutte le proportioni di un quanto comparato à diuersi quanti. Adunque le proportioni di un quanto comparato à diuersi quanti, s'hanno l'una à l'altra, come uno de i quanti all'altro scambieuolmente, ch'era da dimostrarsi.

Corelario I.

Da qui è manifesto, che i quanti à quali uno e comparato, s'hanno l'uno all'altro, come le proportioni scambieuolmente.

Corelario II.

Da qui è manifesto, che i quanti à quali uno medesimo è uguale, sono uguali tra loro: perche se le proportioni di A *al* B, *& al* C, *ogn'una di esse è la uguale, sono*

uguali tra loro, & perciò eßi quanti uguali.

6	B	______________
6	A	______________
6	C	______________

Corelario III.

Ancora è manifesto, che i quanti à quali uno medesimo è doppio, sono uguale fra loro.

2	B	_____
4	A	__________
2	C	_____

Et che i quanti, de' quali uno medesimo è la metà, sono uguali fra loro.

6	B	______________
3	A	_______
6	C	______________

Vi è una proposta delle proportioni uniuersale, laquale dice così. La proportione alla proportione, s'ha, come il produtto dell'antecedente di lei nel conseguente, dell'altra, al produtto dell'antecedente dell'altra nel conseguente di lei. La quale dimostra di tutte le proportioni comparate l'una all'altra, ò siano quelle de' quanti comparati ad uno, ò di uno comparato à piu,

guenti,

ò di quanti comparati, à quali ſi uoglia-no altri quanti; ma perche in eſſa biſo-gna produre gli antecedenti, ne i conſe-guenti, et la proditione de numeri, e di-uerſa da quella delle grandezze, non ſi può trattarla in queſti libri, però ſi leggerà ne i miei Elementi Geo-metrici.

Fine del Secondo Libro.

SILVIO BELLI VICENTINO

Della Diffinitione, Diuisione, & Consideratione della Proportionalità.

LIBRO TERZO.

DELLA DIFFINITIONE, & Diuisione della Proportionalità. Cap. I.

ROPORTIONALITÀ, si dice la ugualita delle proportioni.

La proportionalità, si diuide in Arithmetica, Geometrica, Har-

monica, et Contraharmonica.

2 *La Arithmetica.*

Proportionalità Arithmetica, si dice la ugualità delle proportioni Arithmetiche. 2 2 5 7 9

Questa ci mostra l'ordine naturale, con il quale numeriamo, 1 2 3 4 *et altri infiniti ordini, che come il naturale i termini loro s'auanzano ordinatamente nella medesima quantità,* 1 3 5 7 9.

3 *La Geometrica.*

Proportionalità Geometrica, si dice la ugualità delle proportioni Geometriche.

6 9
4 6

4 *La Harmonica.*

Proportionalità Harmonica, si dice la ugualità delle proportioni, l'una ch'ha la differentia dello antecedente sopra il conseguente, alla differentia del conseguente so-

pra il terzo quanto, l'altra la proportione dell'antecedente al terzo quanto.

	2	1
6	4	3

Da queste si fanno la consonantia, et la melodia, quando è ne i soni, et al musico s'aspetta.

6 La contraharmonica.

Proportionalità contraharmonica, si dice la ugualità delle proportioni, l'una che ha la differentia del conseguente sopra il terzo quanto, alla differentia dell'antecedente, sopra il conseguente, l'altra la proportione dell'antecedente al terzo quanto.

	1	2
6	5	3

La proportionalità Arithmetica, Harmonica, & Contraharmonica, non si tratta in questi libri.

Le specie della proportionalità Geometrica, sono la continua, & la discontinua.

6 La continua.

Proportionalità continua, si dice quella i termini dellaquale hanno per ordine, l'uno all'altro la medesima proportione. 1 2 4

7 *La discontinua.*

Proportionalità discontinua, si dice quella i cui termini, hanno l'uno, all'altro, la medesima proportione interotamente. 6 4 / 3 2

Le prime specie della proportionalità discontinua, sono due, quella di una specie, & quella di specie diuerse.

8 *Di una specie.*

Proportionalità d'una specie, si dice quella ch'ha i termini delle proportioni, che la fanno tutti d'una specie, di quanto. 3 6 / 1 2

9 *Di specie diuerse.*

Proportionalità di specie diuerse, si dice quella, che ha i termini d'una delle propor-

tioni, che la compongono d'una ſpecie di quanto, et i termini dell'altra di dette proportioni, di un'altra ſpecie di quanto. 8 ———— 4 ——

Le ſpecie di ciaſcaduna delle proportionalità, ſono quante le ſpecie della proportione, come per eſſempio, la continua nella rationalità, puo eſſere parte, parti, una uolta & parte, una uolta & parti, moltiplice, et parte, & finalmente, moltiplice, & parti.

parte — 1 2 4 *parti.* — 4 6 9

una uolta & parte. — 9 6 4 *una uolta & parti.* — 27 45 75

moltiplice — 4 2 1

moltiplice, & parte. — 50 20 8 *moltiplice, & parti.* — 192 72 27

I quanti ch'hanno la medeſima proportione, ſi dicono proportionali.

4 6

2 3

Della proportionalità in ſe. Cap. II.

La proportionalità, ſi conſidera ſolamente in ſe ſteſſa.

Le paſſioni communi della proportionalità, ſono le ſeguenti; le quali di ſotto dimoſtrerò. Ma prima dichiarerò i loro nomi.

1. *La ſcambiata.*

Scambiata ſi dice la proportionalità, comparandoſi l'antecedente d'una proportione all'antecedente dell'altra, & il conſeguente al conſeguente.

	6	4	6	4
	4	2	4	2

2 *All'indietro.*

All'indietro ſi dice comparandoſi i conſeguenti à gli antecedenti.

	6	3	4	2
	4	2	6	3

3 *La compoſta.*

Composta comparandosi l'antecedente, et il conseguente tolti in sieme al conseguente.

6	3	10	5
4	2	4	2

4 *La simile.*

Simile, si dice comparandosi gli antecedenti tolti insieme à conseguenti tolti insieme.

6	3	9	3
4	2	6	2

5 *La diuisa.*

Diuisa, si dice comparandosi l'auanzo dell'antecedente sopra il conseguente al conseguente.

6	3	2	1
4	2	4	2

6 *La strauolta.*

Strauolta, comparandosi al detto auanzo l'antecedente.

3	6	3	6
2	4	1	2

7 *Del pari.*

Del pari, se chiama quando sono piu di due quanti, & ne sono altri tanti, che à due

due a due hanno la medesima proportione de i primi, comparandosi de i primi et de i secondi il primo all'ultimo.

8	4	6	8	4
4	2	3	6	3

La proportionalità del pari, è ò ordinata, ò turbata.

8 *La ordinata.*

Ordinata si chiama, quando de i primi quanti l'antecedente al conseguente, s'ha come l'antecedente de secondi al conseguente, & il conseguente de' primi al terzo quanto, come il conseguente de secondi al terzo quanto.

6	4	8	6	3
3	2	4	8	4

9 *La turbata.*

Turbata, si dice, quando de i tre primi l'antecedente al conseguente, s'ha come il conseguente de secondi, al terzo quanto, & il conseguente de primi, al terzo quanto, come l'antecedente de' secondi al conseguente.

4	6	12	4	3
3	6	9	12	9

Regola I.

Se quattro quanti ſono proportionali, ancora ſcambiatamente ſono proportionali. *Siano i quattro quanti proportionali* A B C D *lo* A *al* B, *& il* C *al* D,

6 A____________ 4 C________

3 B______ 2 D____

Dicoche A *al* C, *s'ha come* B *al* D; *ilche coſi è manifeſto. Per la prima Regola del ſecondo libro; la proportione di* A *al* C, *alla proportione di* B *al* C, *s'ha come il quanto* A, *al quanto* B, *& per la ſeconda del medeſimo la proportione di* B *al* D, *alla proportione di* B *al* C, *s'ha come il* C *al* D, *ò come* A *al* B *che dal preſuppoſito è la medeſima; onde la proportione di* A *al* C, *alla proportione di* B *al* C, *s'ha come la proportione di* B *al* D, *alla medeſima proportione di* B, *al* C: *per la qual coſa, la proportione di* A *al* C, *& di* B, *al*

D, *per il conuerſo della prima parte della prima regola del ſecondo, ſono uguali, ch'è lo intento. Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali: Adunque ſe quattro quanti ſono proportionali, ancora ſcambiatamente ſono proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.*

Regola II.

Se ſono quattro quanti proportionali, ancora all'indietro ſono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali A B C D, *lo* A *al* B, *&* *il* C *al* D.

6 A______________ 4 C_________

3 B_______ 2 D_____

Dico che ancora B, *all'* A, *s'ha come* D *al* C, *la qual coſa coſi ſi dimoſtra. Per la prima Regola del ſecondo libro, la proportione di* B *al* C, *alla proportione di* A *al* C, *s'ha come il quanto* B, *al quanto* A, *&* *per la ſeconda del medeſimo, la proportione di* B *al* C, *alla*

proportione di B *al* D, *s'ha come il quanto* D *al quanto* C, *& per la precedente le proportioni di* A *al* C, *& di* B, *al* D *ſono uguali, & perche quelle ſono uguali, per la prima parte della prima regola del ſecondo libro, s'hanno nel medeſimo modo alla proportione di* B *al* C, *onde* B *all'* A, *s'ha come* D *al* C, *che è lo intento.*

6 A____________ 4 C________
3 B______ 2 D____

Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque ſe quattro quanti ſono proportionali, ancora allo indietro ſono proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.

Regola III.

Se ſono quattro quanti proportionali, ancora compoſti ſono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali, A B C D, *lo* A *al* B, *& il* C, *al* D.

6 A―――――― 4 C――――
3 B――― 2 D――

Dico che A & B, *tolti insieme al* B, *s'hanno come* C *et* D, *tolti insieme al* D. *La qual cosa così si proua, lo* A, & B *insieme comparati al* B, *sono maggiori di esso* B *nell'* A, *et* C, *et* D *comparati insieme al* D, *sono maggiori di esso* D *nel* C, *et perche dal presupposito* A, & C, *sono proportionali al* B, & D, *ò sono a quelli uguali, ò nel medesimo modo maggiori, ò minori; onde* A B, *al* B, & C D, *al* D, *sono nel medesimo modo maggiori, cioè sono a quelli proportionali, ch'è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà, di tutti i quanti proportionali. Adunque se quattro quanti sono proportionali, ancora composti, sono proportionali, ch'era da dimostrarsi.

Regola IIII.

Se quattro quanti ſono proportionali, ancora nella ſimile proportione, ſono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali A B C D, *lo* A *al* B, & *il* C, *al* D.

6 A__________ 4 C________
3 B_____ 2 D____

Dico che A *et* C *tolti inſieme al* B, & D *tolti inſieme s'hanno come* C *al* D; *la qual coſa coſi ſi dimoſtra. Per la prima regola di queſto l'* A *al* C *s'ha, come il* B *al* D, *et per la precedente l'*A, & C *tolti inſieme al* C *s'hanno, come il* B & D *tolti inſieme al* D, & *una altra uolta per la ſcambiata proportionalità l'* A & C *inſieme al* B & D *inſieme s'hanno come* C *al* D, *ch'è lo intento. Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque ſe quattro quanti ſono proportionali, ancora nella*

ſimile proportione ſono proportionali, ch'e-ra da dimoſtrarſi.

Corelario I.

Di qui è manifeſto, che giugnendoſi ugualmente a quanti uguali, le ſome ſono uguali.

Corelario II.

Di qui è manifeſto che ſe à quanti uguali ſi giugne quanti diſuguali, le ſome ſono diſuguali, ch'è il conuerſo del precedente corelario.

Corelario III.

Ancora dalla ſopradetta regola è manifeſto, che ſe un tutto, ad un'altro tutto, s'ha come il leuato all'altro leuato, ancora il reſtante, all'altro reſtante, s'ha come il tutto al tutto, che è la ſua conuerſa.

Corelario IIII.

Di qui è manifeſto, che ſe da coſe ugua-

li ſi leuano coſe uguali, i rimanenti ſono uguali.

Corelario V.

Di qui è manifeſto, che ſe da quanti ugua li ſi leua quanti diſuguali i rimanenti ſo- no diſuguali, ch'è il conuerſo del preceden te corelario.

Regola V.

Se quattro quanti ſono proportionali, an- cora diuiſamente ſono proportionali, ſe però gli antecedenti, ſono maggiori de i conſeguenti.

Siano i quattro quanti proportionali, AB C DE F, *lo* AB, *al* C, *&* *lo* DE *all'*F, *ſe* AB *&* DE *ſono mag- giori di* C *&* F.

6 A___4___G_2__B 3 D__2_H_1_E
4 C______ 2 F____

Dico che gli auanzi di AB, *ſopra* C, *et di* DE *ſopra* F, *comparati al* C, *&* *allo*

allo F *sono proportionali; laqual cosa cosi si proua. Siano* GB, *&* HE, *i detti auanzi. Hor per la scambiata proportionalità* AB *al* DE, *s'hà come* C *all'*F, *cioè come* AG *al* DH; *onde per la precedente* GB *allo* HE, *s'ha come* AB *al* DE, *ouero come* C *all'* F, *&* *un'altra uolta per la scambiata* GB *s'ha al* C, *come* HE *all'* F, *ch'è lo intento. Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali, de i quali, gli antecedenti siano maggiori de i conseguenti. Adunque i quanti proportionali, de' quali, gli antecedenti siano maggiori de' i conseguenti, sono ancora diuisamente proportionali, ch'era da dimostrarsi.*

Regola VI.

Se sono quattro quanti proportionali, ancora nella strauolta proportione, sono proportionali, se gli antecedenti sono maggiori dei conseguenti

Siano i quattro quanti proportionali, AB C DE F, *lo* AB, *al* C, *&* *lo* DE *all'*F, *&* AB *sia maggiore di* C, *nello* GB, *&* DE *di* F *nello* FE.

6 A____4____G__2__B 3 D__2__H_1__E
4 C________ 2 F____

Dico che AB, *antecedente al* GB, *auanzo di esso* AB, *sopra il* C *conseguente, s'ha come* DE, *antecedente allo* HE, *auanzo di esso antecedente sopra* F *conseguente, la qual cosa così si proua. per la scambiata proportionalità* AB *al* DE, *s'ha come* C *allo* F, *cioè come* AG, *al* DH, *et per il secondo corelario della quarta regola di questo* AB *al* DE, *s'ha come* GB *allo* HE, *&* *un'altra uolta per la scambiata* AB, *primo al* GB *terzo, s'ha come* DE *secondo, allo* HE *quarto, ch'è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali, de quali gli antecedenti sieno maggiori de i conseguenti; adunque

i quanti proportionali, de quali gli antecedenti ſiano maggiori de i conſeguenti, ſono ancora proportionali nella ſtrauolta proportione, ch'era da dimoſtrarſi.

Regola VII.

Se ſono piu di due quanti, et ne ſieno altri tanti, che a due, a due habbiano ordinatamente la proportione de i primi nella proportione del pari, ſono proportionali.

Siano i tre quanti ABC, *& ne ſieno tre altri* DEF, *et* A *al* B, *s'habbia come* D *allo* E, *et* B *al* C, *come lo* E *allo* F.

6 A____________ 4 D________
3 B______ 2 E____
3 C______ 2 F____

Dico che A *al* C, *s'ha come* D *all'* F. *La qual coſa coſi ſi manifeſta. Per la ſeconda di queſto* C *al* B, *s'ha come* F *allo* E: *onde* A, *&* C *al* B, *s'hanno come* D *et* F *allo* E, *et per la prima*

del ſecondo, la proportione di A *al* B, *alla proportione di* C, *al* B, *s'ha come il quanto* A *al quanto* C, *et il quanto* D *al quanto* F, *che è lo intento.*

Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti, de' quali i ſecondi habbiano ordinatamente a due, a due la proportione de' primi. Adunque ſe ſono piu di due quanti, & ne ſieno altri tanti, che à due, a due, habbiano la proportione de i primi ordinatamente, ancora nella proportione del pari, ſono proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.

Regola VIII.

Se ſono piu di due quanti, & ne ſieno altri tanti, che a due, a due habbiano turbatamente la proportione de i primi, nella proportione del pari ſono proportionali.

Siano i tre quanti ABC, *& ne ſieno tre altri* DEF, *et* A *al* B, *s'habbia come* E *allo* F, *&* B *al* C, *come* D *all'*E.

6 A_____________ 3 D________
4 B_________ 3 E________
4 C_________ 2 F_____

Dico che A *al* C, *s'ha come* D *all'*F, *la qual cosa cosi si proua. Per la seconda di questo* B, *allo* A, *s'ha come lo* F *allo* E, *et dal presupposito,* B *al* C, *s'ha come* D *allo* E: *onde per la seconda del secondo, la proportione di* B *al* C, *alla proportione di* B, *allo* A, *s'ha come il quanto* A *al quanto* C, *& per la prima del medesimo, la proportione di* D, *allo* E, *ò di* B *al* C, *alla proportione di* F *allo* E, *ò di* B, *allo* A, *s'ha come il quanto* D *al quanto* F: *ilche anco è dimostrato del quanto* A, *al quanto* C; *onde lo* A *al* C, *s'ha come il* D, *allo* F, *che è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, de' quali ne sieno altri tanti, che à due, a due, habbiano turbatamente la proportione de i primi. Adunque se sono piu di

due quanti, & ne sieno altri tanti, che a due a due habbiano turbatamente la medesima proportione, de' primi, sono nella proportione del pari proportionali, ch'era da dimostrarsi.

Regola IX.

Se sono sei quanti, de quali il primo, et terzo al secondo, habbiano la proportione, ch'ha il quanto, et sesto al quinto, il primo et terzo tolti insieme al secondo, hanno la proportione del quarto, & sesto tolti insieme al quinto.

Siano i sei quanti ABC, *et* DEF, *et la proportione di* A *al* B, *sia come la proportione di* D *allo* E, *et la proportione di* C *al* B, *come la proportione di* F *allo* E.

6 A____________ 3 D______
4 B________ 2 E____
2 C____ 1 F__

Dico che A, & C *tolti insieme al* B,

s'hanno come D *et* F, *tolti insieme al-lo* E. *Il che cosi si proua. Per lo secondo corelario della prima regola del secondo, lo* A *al* C, *s'ha come* D *allo* F, *perche* A *et* C, *al* B *dal presupposito, s'hanno come* D *et* F *allo* E. *Et per la prima di questo scambiatamente, lo* A *al* D, *& il* B *allo* E, *s'hanno come* C *allo* F, *& per la quarta di questo* A *et* C *insieme al* D *&* F *insieme, s'hanno come* B *allo* E, *& una altra uolta per la scambiata* A *&* C *insieme primo s'ha al* B *terzo, come* D *&* F *secondo allo* E *quarto, che e lo intento.*

6 A____________ 3 D______
4 B________ 2 E____
2 C____ 1 F__

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, de' quali il primo, & terzo, al secondo habbiano la proportione del quarto, et sesto al quinto. Adonque se sono sei quanti, che il primo & terzo s'habbiano al se-

condo come il quarto, & sesto al quinto; ancora il primo, et terzo tolti insieme al secondo, s'haueranno come il quarto, & sesto tolti insieme al quinto, ch'era da dimostrarsi.

Regola X.

Se uno de i quattro quanti proportionali è maggiore de gli altri; uno de gli altri è minore. Et se il maggiore è antecedente, il minore è l'altro conseguente; et se il maggiore è conseguente, il minore, è l'altro antecedente.

Siano i quattro quanti proportionali ABCD, *lo* A *al* B, & C *al* D, *se l'antecedente* A, *è maggiore di ciascuno de gli altri tre.*

6 A____________ 4 C________

3 B______ 2 D____

Dico che il conseguente D, *è minore di* A, *di* B, *et di* C, & *se il conseguente* B, *è maggiore di ciascuno de gli altri*

tri

tri tre. Dico che l'antecedente C, *è minore di* A, *di* B, *&* *di* D. *Sia prima* A *maggiore perche* A, *è maggiore di* B, *il* C, *è maggiore di* D; *perche dal presupposito* A *al* B, *s'ha come* C *al* D, *& perche* A, *è maggiore di* C, *per la prima di questo, anco* B, *è maggiore di* D. *Adunque* D, *è minore di* C, *di* B, *& di* A, *che è lo intento. Se* B, *è maggiore si proua, che* C, *è minore di ciascuno de gli altri tre, in questo modo. Per la seconda di questo* B, *allo* A, *s'ha come* D, *al* C, *talche, essendo* B *maggiore di* A, *anco* D *è maggiore di* C, *& per la scambiata* B *al* D, *s'ha come* A *al* C; *onde ne segue, che essendo* B *maggiore di* D, *lo* A *sia maggiore di* C. *Adunque* C, *è minor di* B, *di* D, *et di* A, *che è lo intento.*

6 A____________ 2 C________
3 B________ 4 D_____

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque se sono quattro quanti proportionali, & uno d'essi sia maggiore de gli altri tre, uno de gli altri è minore, & se il maggiore è l'antecedente, il minore è l'altro conseguente, & se il maggiore è il conseguente, il minore è l'altro antecedente, che era da dimostrarsi.

Regola XI.

Se sono quattro quanti proportionali, et ch'uno di essi sia maggiore de gli altri; esso maggiore, & il minore tolti insieme, sono maggiori de gli altri due tolti insieme.

Siano i quattro quanti proportionali, AB C DE F, *lo* AB *al* C, *&* DE, *allo* F, *& sia* AB *maggiore,* F *per la precedente, serà il minore.*

6 A——4——G I K I B 3 D——2 H 1 E
4 C——— 2 F———

Dico che AB *&* F *tolti insieme sono maggiori di* C *et* DE, *tolti insieme: laqual*

cosa così si dimostra: intendasi AG *tolto di* AB *uguale al* C, *&* DH *tolto di* DE *uguale allo* F, *per la prima di questo* AG *allo* DH, *s'ha come* AB *al* DE, *& per lo secondo corellario della quarta regola di questo, il restante* GB, *al restante* HE, *s'ha come il tutto* AB, *al tutto* DE, *& dal presupposito* AB, *è maggiore di* DE, *onde anco* GB, *è maggiore di* HE. *Hor intendasi* GK, *uguale allo* HE, *serà* GK; *& lo* F, *uguali al* DE, *&* AG *dal presupposito è uguale al* C, *onde* GK, *& lo* F, *& lo* AG, *tolti insieme, sono uguali al* DE, *et il* C *tolti insieme. Adunque tutto lo* AB, *et lo* F, *sono di quelli maggiori nel* KB, *che è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali, de' quali, uno sia maggiore de gli altri: Adunque se sono quattro quanti proportionali, & che uno di essi sia maggiore de gli altri, esso maggiore, &

il minore tolti insieme, sono maggiori de gli altri due tolti insieme, che era da dimostrarsi.

A fine che ciascuno intenda, con quale ordine siano disposte le undeci Regole, della proportionalità poste qui innanzi, Dico che le due ultime, sono poste in quel loco perche trattano accidenti diuersi, da gli accidenti che trattano l'altre, et perche sono meno uniuersali di quelle; Delle noue che restano, le tre ultime sono in quel loco: perche sono piu composite dell'altre essendo che sono fatta da piu termini, & la prima, & seconda di loro, solamente comparano i loro termini, & la terza i compone, et i compara, per lo che, sono quelle piu semplici di questa, essendo che prima è il semplice del composito. La prima di quelle due, precede all'altra, perche è ordinata, et quella turbata. Delle altre sei, le due prime comparano i loro termini senza comporli, & senza diuiderli, et le due secon-

de i compongono, & i comparano, et le due terze i deuidono, & i comparano, & ſono anco meno uniuerſali dell'altre, & è prima come ſi è detto il ſemplice del compoſito, & prima il compoſito del diuiſo. oltre di ciò delle due prime, la prima precede, perche compara i ſuoi termini diuerſamente; & la ſeconda al contrario; Dell'altre due, la prima preciede, perche compone i termini di una proportione inſieme, & l'altra quelli di diuerſe proportioni, et finalmente la prima dell'altre due preciede, perche compara drittamente, et l'altra ſtrauoltamente.*

Se ſono otto quanti, de quali il quinto al primo, s'habbia come il ſeſto al terzo, et il ſettimo al ſecondo, come l'ottauo al quarto, & finalmente il quinto al ſettimo, come il ſeſto all'ottauo. Il primo al ſecondo, s'ha come il terzo al quarto.

Queſta propoſta ho fatta oltre il numero delle regole, à fine che ſi uegga, che la

quinta diffinitione del quinto libro de gli Elementi di Euclide, è proposta dimostrabile, & non immediata, come esso Euclide l'ha supposta: laquale io poteua dimostrare speciale de i moltiplici solamente, ma perche ciò s'hauerebbe fatto con i stessi mezi, che uso in questa, l'ho fatta uniuersale.

Siano otto quanti A *primo,* B *secondo,* C *terzo,* D *quarto,* E *quinto,* F *sesto,* G *settimo, &* H *ottauo, &* E *allo* A, *s'habbia come* F, *al* C, *&* G *al* B, *come* H *al* D, *et finalmente* E *al* G, *come* F, *allo* H.

8 E________	4 F______
4 A____	2 C___
2 B______	1 D__
6 G________	3 H____

Dico che A, *al* B, *s'ha come* C, *al* D, *la qual cosa in questo modo si proua. per la ottaua di questo* A *al* G, *s'ha come* C *allo* H, *& per la seconda del mede*

ſimo G *allo* A, *s'ha come* H *al* C, *et dal preſuppoſito* G *al* B, *s'ha come* H *al* D, *onde il quanto* G, *alli quanti* B, *et* A, *s'ha come il quanto* H, *alli quanti* D *et* C, *che per la ſeconda del ſecondo* A *al* B, *s'ha come* C *al* D, *che è lo intento.*

Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti, che habbiano le conditioni dette di ſopra. Adunque quando ſono otto quanti, &c. ch'era da dimoſtrarſi.

Fine del terzo, & ultimo libro.

Errori

Carta		Linea	Leggi
23		20	A in loco di C
27	tergo	14	75 45 27
28		12 13	6 4 6 3
			3 2 4 2
33	tergo	4	HE in loco di FE'
35	tergo	9	quarto, in loco di quanto

RAGIONAMENTO
SACRO-POLITICO
RECITATO
NELLA SALA DEL SENATO
DELLA SERENISSIMA
REPUBBLICA DI LUCCA
Il quinto Sabato di Quaresima dell' Anno 1777.

DAL MOLTO REVERENDO PADRE
GIANNANTONIO DI ROMA
MINORE OSSERVANTE
In Sagra Teologia Lettore Giubilato, ex-Ministro Prov. e attual Custode della Provincia Romana
PREDICATORE NELLA CHIESA DI SAN FRANCESCO.

IN LUCCA MDCCLXXVII.
PER FILIPPO MARIA BENEDINI

ILLUSTRISS., ED ECCELLENTISS. SIGNORI

ANZIANI, E GONFALONIERO

DI GIUSTIZIA

DELLA SERENISSIMA

REPUBBLICA DI LUCCA.

A Orazione Sagro-Politica, che dò alla Luce con le mie stampe, è quella stessa, che nel quinto Sabbato della corrente Quaresima recitò innanzi alle EE. VV. il M. R. P. Giannantonio di Roma, *quale riscosse approvazione, ed applauso per la sceltezza del suo stile, e vivacità di sue*

idee da quanti vi concorsero numerosi Uditori, e quello, che più monta, la Vostra stessa compiacenza. Or questa a me basta, perchè senz' altro riflesso il debito mi dia di dedicarla alle EE. VV., di cui leggendo il Pubblico in questa Orazione al vivo delineato dall' Erudito Autore il nobile ritratto, ravviverà in sè il piacere, che ne provò ascoltandola. Espressi ora i motivi, che a stamparla mi indussero, restami solo di supplicare la Sovrana Vostra Clemenza della continuazione del Vostro Autorevole Patrocinio, nell' implorare il quale pieno di ossequioso rispetto passo a dichiararmi

Delle EE. VV.

Dalle mie Stampe questo dì 24. Marzo 1777.

Umiliss. Devotiss. Servo, e Suddito
Fedelissimo
Filippo Maria Benedini.

NEC EGO TE CONDEMNABO.

S. GIOVANNI A CAPI VIII.

Gli è senzameno, PRINCIPE SERENISSIMO, ECCELLENTISS. SIGNORI, senzameno egli è un Problema difficile a risolversi se nel fissare la idea di un Saggio Governo, preferire si debba la piacevolezza, o il rigore; conciossiacosache per l' una e per l' altra parte tali vi sono plausibili e forti argomenti, che la mente di qualunque dotto, ed esperto Politico, che a disaminarlo, e a deciderlo si accinga sospesa tengono, e irresoluta. Vero è, che gli uomini, comeche di senno, e di avvedutezza forniti, nel giudicare delle umane cose sieguono per lo più l' indole, e la tendenza di loro natura, e sovente dal genio, e dalla inclinazione trasportare si lasciano; quindi è, che alcuni di costume rigido, e severo nell' amministrazione della Repubblica, e nel governo de' Popoli vogliono che anteporre si debba alla piacevolezza il rigore. La umana natura, dicono essi, è pur troppo inchinevole al male, e propensa ad abusarsi di sua li-

 bertà;

bertà: fa d'uopo pertanto di leggi, che la ritengano dentro a' confini del giusto, e di sanzioni che la ritraggan dal male col timore della pena. Non altrimenti che ad un Destriero indomito calc...uso, e restio è necessario il freno, lo sprone, la verga. E siccome per risanare alcune piaghe del corpo poco, anzi nulla giovano unguenti blandi e soavi, ma fa di mestieri adoprar de' corrosivi, e il ferro talora, e il fuoco: così per guarire que' mali, che l'animo infestano, e la buona armonia disturbano della Repubblica, debbono i Magistrati anziche della piacevolezza far uso della severità, e del rigore. Li Principati, e le Potestà più sublimi sono da Dio, lo afferma l' Apostolo del Mondo a' Romani scrivendo, (a) da Dio ordinate sono, e stabilite: debbono perciò Esse nel governo de' sudditi avere per norma l' equità, la giustizia. Lo stesso Dio, il quale tutto buono per natura, benefico, misericordioso, anzi la stessa bontà, la carità medesima, prende talora le vesti della vendetta, volge sdegnoso lo sguardo, d' ira si accende, stringe la verga, imbrandisce la spada, libra i fulmini, minaccia, e tuona, percuote, ferisce, uccide, e disperde gli empj, i malvaggi dalla faccia della terra. La pubblica Potestà, ripiglia l'Apostolo, è ministra di Dio, a laude e vantaggio de' buoni, di Dio è ministra per timore, e vendetta de' cattivi; e perciò non indarno porta la spada a punizione de' colpevoli. Tali, e di peso non lieve, le ragioni sono di quelli, che nell' amministrare la Repubblica austeri anziche nò propendono per lo rigore. Non pochi per altro vi sono, o forse di miglior senno, che nel governo de' Popoli stimano dovers piegare più alla umanità che all'austerezza, essere piuttosto piacevole che severo, Sentimento, cui per conformarci, se altri argomenti non vi fossero, bastar ci dovrebbe il vivo nobilissimo esempio di mansuetudine del nostro Redentore Divino, che

(a) *Cap.* 13. *ver.* 1.

che teſtè ci propoſe il Vangelo. Viene preſentata a Gesù Criſto una Donna colta in adulterio. Il delitto è certo; l'Adultera nol nega; inſiſtono gli Accuſatori, che a tenore della Moſaica Legge ſia condannata alle pietre: Il pietoſiſſimo Salvatore con un tratto di ſua divina ſapienza, ſenza punto oltraggiare la giuſtizia, non la condanna: *Nec ego te condemnabo*. Principe Serenissimo, Eccellentissimi Signori, ſo che Voi forniti, e adorni di criſtiana pietà, avete per norma de' voſtri giudizj il Divin Redentore, e nel pronunciare ſentenza sò, che ognuno di Voi chiede umile, e ſupplichevole a Dio col coronato Profeta: *De vultu tuo judicium meum prodeat*: Permettetemi ciò non oſtante, giacchè l'onore mi compartite di ragionarvi, che vi dimoſtri, convenire alla felicità, e fermezza della Repubblica, al buon governo de' Popoli, al decoro de' Magiſtrati criſtiani nel maneggio della Giuſtizia anziche al rigore propendere alla piacevolezza, alla clemenza. L'argomento, Principe Serenissimo, Eccellentissimi Padri è degno della voſtra attenzione, io però inetto qual ſono, e diſadorno dicitore trattare non lo ſaprò degnamente; onde vi prego ad uſar meco della Voſtra conſueta bontà, e ſofferenza.

LI primi, e più ſtretti doveri di quelli, che la Repubblica amminiſtrano, ſono per ſentimento degli uomini più ſaggi, e nel governo ſperimentati il procurare la felicità, la ſicurezza de' Popoli loro ſoggetti, giovare a tutti, difendere gl'innocenti, proteggere i buoni, freno porre a' malvagi, ſollevare i piccioli, i poveri dalle oppreſſioni de' prepotenti, e in tal maniera maneggiare le bilancie della Giuſtizia, che non gli umani riſpetti, non l'amore del partito, o de' congiunti, non lo ſplendore de' natali, o dell' oro, ma la premura di rendere a ciaſcheduno ciò che è ſuo le renda ſempre inchinevoli alla parte del giuſto. Con tale contegno li Reggitori della Repubblica, oltre il commun

bene de' sudditi, una vera, e soda gloria, presso degli uomini si procacciano, e ciò che più monta, si fanno un ricco fondo di meriti presso Dio, per cui regnano i Sovrani, e i Legislatori il retto prescrivono. Conciossiachè non è molto laudabile chi con grave danno, e strage de' Popoli dilata, e stende dell' Imperio i confini, e talora ingiustamente, e per un insano prurito di dominare; quale fu fra gli altri molti Alessandro il Macedone, chiamato da Seneca il Morale anziche grande Conquistatore un insigne Ladrone: Bensì difendere il proprio Stato, e purgata la Repubblica da vizj, introdurre, e mantenere in essa le virtudi, l' abbondanza, il commercio, rende il Principe, il Senato, i Magistrati veramente lodevoli, e gloriosi. Diceva perciò Isocrate ad un Regnante: *Æmulare non eos, qui latissime Imperium propagarunt, sed qui id, quod habent rectissime administrarunt*. (a) Ma per la buona, e felice amministrazione dello Stato fa d'uopo, che il Principe si rammenti, esser Egli Padre di quelli, a cui presiede. *Ego, o viri*, sono nobili espressioni di Senofonte, *Ego, o viri sæpenumero etiam alias cogitavi, bonum Principem nihil differre a bono Patre; nam & parentes filiis provident, ut bona his numquam sint defutura*. (b) Un ottimo Principe in nulla è diverso da un buon Padre. Egli tutto e sempre s'impiega per la salute, e pel decoro della Repubblica, e qual suole un amorevole, e sollecito Genitore, non omette industria, pensiere, e incomodo non risparmia per il bene, e vantaggio de' figliuoli. Sieno essi o grandi o piccioli, colti sieno o rozzi volentieri li ascolta, gli consola, e loro procura per quanto può un onesto, e comodo stato.

Chiaro quindi si scorge quanto convenga ad un Principe, a' Reggitori di una Repubblica nel sostenere i diritti della vendicatrice Giustizia, nel punire i colpevoli

(a) *Isocrates Orat. ad Nicoclem*.
(b) *Xenophon in Cyropædia lib*. 8.

pevoli più che dal rigore propendere dalla parte della clemenza. E' il principe Padre della Patria, Padre de' sudditi; titolo assai più glorioso di quello di Cesare, di Augusto, di Conquistatore, di Trionfante, e perciò ansiosamente ambito non solo dagli ottimi Imperatori, ma da quelli ancora, cui meno si conveniva. Titolo giustamente dovuto, e meritato da que' Governanti, che nell' usare della suprema Potestà non si discostano dalla clemenza, la quale comeche sia conforme alla natura di tutti gli uomini, tanto principalmente conviensi, ed è di somma laude, e decoro a'Comandanti, quanto che Essi hanno più frequenti occasioni di esercitarla, e di farne godere a molti gli effetti. Senzameno se la ragionevolezza, la umanità esige da' Magistrati, che non da qualsisia privata passione, e molto meno dall' ira, dall' impeto trasportare si lascino nella punizione de' rei; non dalla contumacia, e sfrontatezza, di que' che peccano; non dalla vanagloria di far pompa di autorità, e di possanza; ma unicamente mossi dalla equità, dal pubblico bene; così l' usare co i colpevoli, senza grave offesa delle Leggi, la mansuetudine, la clemenza, è tratto di animo grande, è cosa sommamente laudabile. *Non enim quicquam est*, dir soleva Antonino il Pio, *quod Imperatorem melius commendet Gentibus, quam clementia*. (*a*) Cotesta, al dire di Seneca, è quella, che rende il Principe felice, e glorioso; mercecche quella è vera felicità il dare a molti la salute, dalla morte richiamarli alla vita, e con la clemenza meritarsi la civica corona. Altr' ornaménto non v' ha, prosiegue il Morale, non v'ha ornamento più degno della grandezza del Principe, più luminoso, più bello di cotesta corona: *Ob cives servatos*. Non le armi nemiche e tolte, e vinte, e soggiogate Nazioni; non i cocchi de' Barbari di atro sangue aspersi e lordi; non le ricche spoglie; non li magnifici trofei eretti ad eternare la

 memo-

(*a*) *Vulcatius in Avidio Cassio*.

memoria delle riportate vittorie: cotesta, sì cotesta è potenza, è gloria, è trionfo che ha del divino, conservare mercè della clemenza i Cittadini: *Nullum ornamemtum Principis fastigio dignius, pulchriusque est, quam illa corona ob Cives servatos*. (*a*)

Certamente incombe a quelli, che seggono al governo della Repubblica piuttosto che il timore procacciarsi l' amore de' Popoli, e anziche temuti, ambire e procurare di essere amati; perchè la tema, e il terrore sono legami troppo deboli a ritenere i sudditi nella ubbidienza; legano i corpi, ma non hanno verun potere su gli animi; e una volta che siano scossi da un insano prorito di libertà, sogliono di leggieri produrre l' odio, il furore, la ribellione. *Metus, & terror infirma vincula Civitatis* lo notò l' acuto Tacito, *quæ ubi removeris, qui timere desierint, odisse incipient*. (*b*) E Sallustio avvertì, (*c*) che uno Stato pacifico più co' beneficj, che col timore dee maneggiarsi l' Imperio. I Romani, prosiegue l' istesso Storico (*d*) nel principio della Repubblica poveri, e pochi, e ancor dopo esser cresciuti in gloria, in possanza, ebbero per massima di trattare i vinti con bontà, con dolcezza, e rendere rispettabile la loro autorità co' beneficj, non col terrore; il loro studio era di farsi degli amici, non degli schiavi; persuasi che quel Dominio, in cui forzati dal timore, e non di buon cuore ubbidiscono i sudditi essere non poteva fermo, e durevole. La Clemenza ripete Seneca è quell' amabil virtù, che pone un gran divario fra il buon Principe, ed il Tiranno. Abbenche l' uno e l' altro vada circondato da gente armata, quegli però fa uso dell' armi a guardia, e difesa della pace, e per ornamento: cotesto per raffrenare con un gran timore

(*a*) *Seneca de Clem. lib. 1. cap. 26.*
(*b*) *Tacit. in Agric. cap. 31.*
(*c*) *In Bello Catil.*
(*d*) *In Bello Jugurtæ.*

timore un odio grande. Ma non si fida, nè vive sicuro di quell'istesse guardie, che a sua difesa tiene assoldate. Sempre timido, e sospettoso fra confuse, e torbide idee, da repugnanti affetti agitato, egli è odioso, perchè temuto, e vuol' essere temuto, perchè odioso; e co' labri lividi per lo sdegno mormora sovente quell' esecrabil detto, che molti trasse al precipizio: *Oderint, dum metuant*. Non riflette però egli il misero, che tanto dee temere, quanto è temuto; se da tutti è temuto, dee temere di tutti. E qual vita più misera, ed infelice, che non avere un momento libero dal timore? Saravvi ora fra' Reggitori de' Popoli chi menar voglia una vita sì dura, e molesta, mentre può senza nuocere altrui, trattare con sicurezza propria, e con piacere, e approvazione de' buoni il diritto salutevole della sovrana Potenza? Altrimenti s'inganna chiunque si persuade esser ivi il Principe sicuro, ove non v' ha cosa, che sia sicura dall' avidità, e dal capriccio del Principe. La sicurezza di lui dalla scambievole sicurezza de sudditi suol derivare. Nè fa d' uopo per ottenerla costruire alte rocche su le vette de' Monti; per l' arduo pendio de' colli collocare forti ripari; tagliare i fianchi di dura rupe, e fra raddopiati giri di mura racchiudersi: La clemenza renderà il Principe salvo, e immune da ogni insulto in luogo aperto, e in mezzo alla calca del Popolo; mentre al dire di Seneca l' unico, e inespugnabil riparo del Principe è l' amore de' Cittadini: *Salvum Principem in aperto Clementia præstabit; quoniam unum est inexpugnabile munimentum ipsius amor Civium*. (*a*)

Per procacciarsi un tanto vantaggio si rammentino li Principi, li Reggitori della Repubblica esser Essi stabiliti da Dio al governo de' Popoli per procurare, e promuovere il comun bene, la pubblica felicità: Si diportino co' Cittadini più da Padri, che da Padroni: Procurino con la loro saggia, e moderata condotta di guada-

(*a*) *Seneca de Clem. lib. 1. cap. 15.*

degnarsi più l' amore, che il timore de' sudditi: Sieno accessibili, sieno facili, sieno piacevoli, sieno propensi alla pietà, alla misericordia, alla clemenza; conciossiachè fra le molte virtù, che adornar debbono un Principe, null' altra è più ammirevole, e più amabile della misericordia: *Nulla*, diceva a Cesare il Padre della latina eloquenza: *Nulla de virtutibus tuis plurimis nec admirabilior, nec gratior misericordia est*. Si dee recidere un membro putre dal corpo della Repubblica, onde non si comunichi agli altri la corruzione maligna; la Giustizia lo esige, il commun bene il richiede? Si faccia, se non giova un rimedio più mite: si faccia, ma con quel dispiacimento, e ripugnanza dimostrata anche da un Nerone ne' primi anni del suo laudabile impero, che in dovendo sottoscrivere una sentenza di morte: *Vellem*, esclamò, *vellem nescire litteras*. (*a*) Espressione quanto conforme alla umanità, altrettanto degnamente encomiata da Seneca.

Che se la Clemenza nell' amministrare la Repubblica anche da' Gentili Filosofi lodata viene, e prescritta, e degli ottimi Sovrani forma il carattere; quanto maggiormente adornar debbe que' Principi, che di esser Cristiani si pregiano, e ascrivono a lor gloria il fare pubblica professione del Vangelo di Gesù Cristo? Che ostentare non debbono il bello delle virtudi per mercarne plauso, e lodi vane; ma possederne il fondo, e praticarne gli atti per conformarsi al Divino volere? Certamente l' Evangelica Legge, è Legge di carità di amore. Il Sovrano Legislatore Gesù Cristo è l' unico, il più eccellente modello della pietà; della mansuetudine, della clemenza: Dio è amore, e carità. Carità, che sopra tutte le opere sue di sapienza piene, e di rettitudine maravigliosamente risplende, e risplendette allora appunto, anzi, per valermi dell' Apostolica frase, giunse all' eccesso, quando il Genitore eter-

(*a*) *Lib. 1. de Clement.*

eterno per dimostrarci quanto ci amava mandò a noi, a noi donò il suo unigenito Figliuolo. E quando il mandò? *Cum adhuc peccatores essemus.* (*a*). Quando eravamo a lui ribelli, suoi nemici, e prevaricatori della sua Legge. Riflesso, che ben chiaro ci fa conoscere essere la carità, la clemenza di Dio verso noi senza limiti immensurabile, infinita. Da cotesto inesausto fonte di pietà, di amore diramaronsi que' rivoli di eterna vita, di celeste dottrina, che ne' sagri Codici della nuova Alleanza ad ogni passo incontriamo. Questo è il mio comandamento, ei vi dice, che vi amiate scambievolmente. A questo contrasegno conoscerà il mondo, che siete miei seguaci, se scambievolmente vi amerete. E tale amore non lo vuole sterile infecondo, bensì attivo operante. Quindi per bocca dell' Apostolo dopo essersi espresso, esser Egli il nostro Capo, e noi tutti Fedeli altrettante membra, che componghiamo il suo corpo, passa a rappresentarci con la viva similitudine del corpo materiale, qual' esser debba, e come regolarsi il mistico Corpo, che la Chiesa compone, e la Repubblica. Il nostro corpo è uno, dic'egli, ed ha molte membra, quali sendo molte, e varie costituiscono nulladimeno un solo corpo. Nè il piede perchè non è mano, nè l' orecchio perchè non è occhio esclusi sono dal corpo, di cui son parti, le quali se tutte un solo membro costituissero, dove sarebbe il corpo? *Quod si essent omnia unum membrum, ubi corpus? Si totum corpus oculus, ubi auditus; si totum auditus, ubi odoratus?* (*b*) Sicchè, prosiegue l' Apostolo, un solo è il corpo, e molte le parti di lui. Nè l' occhio può dire alla mano: Non ho bisogno dell'opera tua. O similmente il capo a' piedi: Non siete a me necessarj. Anzi quelle parti del corpo, che sembrano più deboli sono di mestieri; e a quelle che ignobili, ed inoneste si reputano, suole

(*a*) *Ad Roman.* 5. *vers.* 8.
(*b*) *Prim. ad Corinth. cap.* 12.

ſuole uſarſi riguardo maggiore. Sono tutte eſpreſſioni dell' Apoſtolo, che ponendo queſta imagine nel più bel punto di viſta, di tal tenore proſiegue. Il Sapientiſſimo Dio con divino conſiglio l' armonia del corpo contemperò, ed accordò in cotal guiſa, perchè non vi foſſe fra le membra diviſione, e diſcordia; ma tutte con uguale ſtudio concorreſſero alla conſervazione del tutto; e a vicenda le une dalle altre ſi prendeſſero cura per la ſcambievole conſervazione. Da tale armonica diſpoſizione, ed unione di parti ne viene, che ſe un membro patiſſe, ſe ne riſentono gli altri tutti; e ſe uno gode, tutti ſimilmente partecipano del godimento.

Vi degnate ora di rinnovare l' attenzione Serenissimo Principe, Eccellentissimi Signori. La voſtra felice Repubblica è un ſolo corpo, e Voi, e tutti li Cittadini ſiete le parti, che lo componete. Voi, che di coteſto corpo ſedete al governo, ne coſtituite il Capo, cioè la parte più nobile dagl' influſſi di cui ne deriva a tutte le altre parti il moto, il vigore. Il rimanente de' Cittadini giuſta la diverſità de' loro impieghi, le varie membra ne formano. Senzameno ſe in coteſto voſtro Corpo civile tutti ambiſſero di eſſer capi per comandare, occhj per vegliarne alla difeſa, lingue per promulgarne le leggi, mani per amminiſtrarne il governo, non vi ſarebbe più della Repubblica il Corpo. Comecche però ciaſchedun Cittadino non ſia occhio nel vegliare, mano nell' amminiſtrare li pubblici affari, egli nulladimeno è parte integrante il corpo della Repubblica in guiſa, che quantunque foſſe totalmente inetto a quelle azioni, che eſigon mente, e provvidenza, eloquenza, e deſtrezza non dovrebbe perciò eſſere riputato membro ſuperfluo, inetto, e molto meno vile, e ſpregievole; Conciofſiache que' che nel corpo della voſtra Repubblica perſpicaci e acuti veggono, e vegliando al buon governo, al decoro, alla oneſtà delle altre parti l' uffizio fanno di occhio, han pur biſogno del

del ministero, ed assistenza di altri, che a guisa di mani eseguiscono i loro divisamenti. E Voi Principe, Voi Magistrati supremi, che il capo custodite della Repubblica non potete vantarvi di non aver bisogno degli ultimi, e più abietti, e più poveri Cittadini, che fan figura di piedi: *Non potest autem Caput dicere pedibus: non estis mihi necessarii.* (*a*) Anzi costesti, costesti appunto perchè più inermi, e deboli, esposti a frequenti urti, a maggiori pericoli, e lordi di alcun vizio, o difetto, esiggono, perchè intatta si mantenga la interezza del civico corpo, maggior cura, compassione, e carità maggiore Di fatti cosa v' ha nel corpo più vile de' piedi? Entra opportunamente coll' aurea sua eloquenza il Grisostomo; (*b*) Cosa v' ha che sia più onorevole, eccellente, e più necessaria del capo? Ma non per questo chiunque li primi, e più luminosi posti riempie della Repubblica può, o dee dire: Costesto, e quello è plebeo, è del volgo più basso, nè merita considerazione, e riguardo; conciosiache spesse volte fitta in un piede acuta spina, tutto il corpo se ne risente, si duole, e di cacciarla è sollecito. Il capo non isdegna di abbassarsi, gli occhi di osservare con la maggiore attenzione, le mani di operare con ogni destrezza. Onde, conchiude il Santo Dottore, come che il capo sia del corpo la parte più nobile, debbe ciò non ostante avere riguardo, prendersi cura, usare compassione, e pietà particolarmente alle più meschine, alle più vili, alle più sordide parti; perchè appunto il Sapientissimo Creatore tale nel corpo fisico stabilì armonìa, e consenso, affinche nel corpo morale, e politico fossevi concordia grande, e molto amore.

Ma dirà forse alcun severo Catone: E' necessaria al corpo della Repubblica, la concordia la unione, perchè mercè di essa crescono, e si fanno forti le picciole

(*a*) *Prim. ad Corinth. cap. 12. vers. 21.*
(*b*) *Homil. 31. in prim. ad Corinth.*

ciole cose, e con la discordia le più grandi, e robuste crollano, cadono, e vanno in ruina. E per serbarla fa di mestieri stendere il pensiere, e la cura alle più picciole, alle più infime parti, far uso di pietà, di clemenza co' deboli, co' mezzani. Nondimeno è necessaria ugualmente la Giustizia, che rende fermo, e stabile il Trono. Vivere onestamente; non offendere altrui nell' onore, nel corpo, nelle sostanze; dare a ciascheduno il suo, sono obbligazioni indispensabili di ogni Cittadino, le quali se da taluno di essi violate sieno, viene a rallentarsi, e a frangersi il bel vincolo della unione, della concordia. Quindi a' Capi, a' Reggitori della Repubblica incombe far uso della vendicatrice giustizia, onde reprimere i colpevoli, i viziosi; e imbrandire ancora la spada per troncare que' membri infetti, e putridi, perchè non si propaghi agli altri la maligna infezione. Verissimo, ottimamente. Nondimeno ella è cosa assai difficile mantenere nel governo, e nell' amministrazione, de' pubblici affari quel perfetto equilibrio, che nel distribuire li premj, e le pene non oltrepassi li giusti limiti dalle Leggi prefissi. V' entrano non di rado, nell' applicare le Leggi o a' fatti, o a persone particolari, le interpretazioni, gli arbitrj, le convenienze, i riguardi, per non dir nulla dell' interesse, e di altre passioni, che l' equilibrio tolgono alla bilancia della Giustizia, e a quella parte propendere la fanno, che al genio, allo impegno di chi la maneggia è conforme. Ma diasi, che chi la tratta equo sia, ed incorrotto qual' essere debbe. O egli starà all' apice, a tutto il rigore delle Leggi; e renderassi al Pubblico duro, grave, ingiurioso: o temperandone in parte il rigore, darà luogo alla benignità, alla clemenza. A qual di due un Cristiano, e savio Principe debba appigliarsi, da qual parte propendere, può di leggieri deciderlo, se oltre le massime de' Gentili Filosofi, di cui avemmo ragione, vorrà attenersi agl' insegnamenti, agli esempi certi, infallibili delle divine Scritture.

Fia

Fia dunque pregio dell' argomento fcieglier da Sagri Volumi alcuna di quelle molte divine fapientiffime iftituzioni, che fole, e principalmente atte fono, e valevoli a rendere gloriofo, e felice il Principe, il Principato. *Mifericordia*, *&* *Veritas cuftodiunt Regem*, ecco un bel documento dello Spirito Santo, *&* *roboratur Clementia Thronus ejus*. (a) La Mifericordia, e la Giuftizia cuftodifcono il Principe, e il Trono di Lui fi rende ftabile, e forte mercè della Clemenza. Quelli, che in alto pofto fieggono al governo de' Popoli, non altrimenti che le cime de' monti da fulmini fovente percoffe, efpofti d' ordinario fi veggono alla invidia, alle infidie di molti; quindi da guardie, e armate fquadre circondati vanno, e difefi. Sieno però effe o per il numero, o per lo valore atte a tall' uopo: li più fidi, e invincibili cuftodi della maeftà, e della vita del Principe fono la Mifericordia, e la Giuftizia, e particolarmente la Clemenza, che fermo rende, e immobile a qualunque urto il fuo Trono: *Et roboratur Clementia Thronus ejus*. O verità chiaramente comprovata da Davidde, da Geroboamo. Quegli d' indole, e di tratto piacevole, e clemente co' fudditi meritò per la fua manfuetudine, che Dio perpetuaffe il fuo Regno non tanto ne' fuoi difcendenti, quanto nel promeffogli divino Meffia. Cotefto di genio afpro, e difficile, lafciato il faggio configlio de' Seniori, fecondò il capriccio di giovani inefperti, e moftrandofi duro al fuo Popolo, perdè il Regno d' Ifdraello.

Ed ecco Serenissimo Principe, Eccellentissimi Signori, fe non per la dignità dell' argomento, e del Confeffo, per quanto porta la mia pochezza, dimoftrato nella difcuffione del Problema, che fu le prime moffe del mio ragionare ho avuto l' onore di proporvi, che nello ftabilire la idea di un faggio Governo, più che il rigore convenga alla gloria, al vantaggio del Principe ufare

(a) *Proverb.* 20. *verf.* 28.

usare la benignità, la Clemenza. So che tale è il vostro contegno, che ha renduto, e rende felici i vostri amati sudditi: che per lunga serie di secoli ha preservato, e preserva fra le tante teribili scosse, cui è stata soggetta la bella Italia, intatta la Vostra gloriosa Repubblica. Udiste, non ha guari, lo strepito di mille, e mille armate schiere: Vedeste strisciare all' intorno del Vostro Stato la desolatrice fiamma guerriera; e la felice Repubblica Vostra, quasi Fenice, illesa fra tanto incendio serbossi. Un tanto bene procacciovvi la singolare pietà Vostra verso Dio, la clemenza l'amóre verso de' Vostri Popoli. Siete Voi Padri di essi, son eglino Vostri Figli. Un savio Padre più ch' esser temuto, cerca di essere amato da' suoi Figliuoli. E' tardo a dar di mano al flagello contro taluno di essi disubbidente, e vizioso; non ignorando che il timor servile nasconde il vizio, non già lo toglie. E se forzato, e astretto ci viene, la mano che vibra i colpi, è regolata, e mossa non dall'impeto smodato dell'ira, ma dalla ragione, non dal livore, ma dall' amore: lo batte, e lo ama; lo percuote, perchè lo vuole ravveduto. Siete Voi Signori; ma vi rammenta l' Apostolo di usare co' Vostri sudditi la clemenza, la mansuetudine: *remittentes minas, scientes quia & illorum, & vester Dominus est in Cœlis, & personarum acceptio non est apud Deum.* (a) Siete Voi Giudici; ma non ignorate avere ancor Voi un Divino Giudice inappellabile, che per l' Apostolo Jacopo si protesta: che *judicium sine misericordia illi, qui non fecit misericordiam.* (b) Siete Voi Sovrani, ma Servi di Gesù Cristo. E ben questa è la Vostra più bella gloria, la Vostra protezione, la Vostra felicità, la Vostra sicurezza, che ha sostenuta, e sostiene la Repubblica Vostra, l' aver Voi collocato nel più alto del Vostro Trono il Re de' Regi, il Signor

(a) *Ad Ephes. 6. ver. 9.*
(b) *Epist. Cathol. cap. 2. ver. 13.*